مثال
في الزمرة S_7 أوجد جداء
$a = (1\ 3\ 2\ 4)\ (5\ 2\ 1)\ (6\ 3\ 5)$
ثم أوجد مقلوبه (حساب المرتبة)

الحل

$a = (1\ 5\ 6\ 2\ 3\ 4)$

مقلوب a

$a^{-1} = (4\ 3\ 2\ 6\ 5\ 1)$

$(1\ 2) = (2\ 1)$
$(a\ b)^{-1} = (a\ b)$

مثال
أوجد مقلوب
$c = (1\ 5\ 2)\ (4\ 3\ 6\ 7)$

الحل

$c^{-1} = (7\ 6\ 3\ 4)\ (2\ 5\ 1)$

مبرهنة فيرما:

لتكن p عدد أولي و $a \in \mathbb{Z}$ بحيث $p \nmid a$ (p لا تقسم)
عندها
$a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$

مثال أوجد
$(12)^{52} \bmod 11$

الحل

$p = 11$

$11 \nmid 12$

حسب فيرما

$(12)^{10} \equiv 1 \bmod 11$

$(12)^{52} = \left((12)^{5}\right)^{5} \cdot (12)^{2}$

$\equiv (1)^{5} (12)^{2} \bmod 11$

$\equiv 144 \pmod{11}$

$\equiv 1 \pmod{11}$

$(3)^{92} \bmod 5$

$p = 4$

حسب فيرما

$(3)^{4} \equiv 1 \bmod 5$

$3^{92} = (3^{4})^{10}\ 3^{2}$

$= (1)^{10} 9 \bmod 5$

$= 1 \cdot 9 \bmod 5$

$\equiv 9 \bmod 5$

$\equiv 4 \pmod 5$

مثال

$(-3)^{41} \bmod 5$

إذا المطلوب حساب

$(-3)^{41} \equiv -(3)^{41} \bmod 5$

$\equiv -(3)^{10} (3) \bmod 5$

$\equiv -(1)(3) \bmod 5$

$\equiv -3 \bmod 5$

$\equiv 2 \bmod 5$

مثال:
في S_4 لدينا $a = (1\ 4)\ (3\ 2)$
أوجد
a^{2021}

الحل

$a^2 = (1\ 4)\ (3\ 2)\ (1\ 4)\ (3\ 2)$

$= id$

$a^{2021} = a^{2020} \cdot a$

$= (a^2)^{1010} \cdot a$

$= id \cdot (1\ 4)\ (3\ 2)$

$= (1\ 4)\ (3\ 2)$

وكذلك

$a^{24} = (a^2)^{12} = id$

انتهى المقرر

/ /

توضيح عن الأسئلة

(30 درجة) (20 درجة)

* العلاقات الثنائية ـ خواص تشكيل (علقات ـ حقول)

* الزمر S_n (الجمعية والضربية) والزمر الدورة والتبديلة

* وصفة فيرما (15 درجات)

★ سؤال واحدة (25 درجة)

زمرة جمعية $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$ أو زمرة ضربية U_n (مع جدول كيلي)

أو S_n أو خليط

Farah Notebook

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner